نقش استراتژی سوئیچینگ اعداد گنگ در بازی پارادوکس پاراندو

سید احسان تهامی*(۱) **محمد رضا هاشمی گلپایگانی**(۲)

(۱) مربی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مشهد، گروه مهندسی پزشکی، مشهد، ایران

(۲) استاد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی پزشکی، تهران، ایران

چکیده بازی پارادوکس پاراندو، پارادوکسی جدید در تئوری بازی ها است. مطابق با تعریف اصلی پارادوکس پاراندو، دو بازی جداگانه با نتیجه باخت می‌توانند از طریق اتخاذ استراتژی سوئیچینگ رندم یا پریودیک با هم ترکیب شده و در نهایت به برد ختم شوند. در این مقاله نقش اعداد گنگ (ثابت δ, عدد e, عدد π) به عنوان استراتژی های جدید به منظور ترکیب بازی های باخت در پارادوکس پاراندو مورد بررسی قرار گرفته است و اثرات آن‌ها بر سود (سرمایه) نهایی در بازی پارادوکس پاراندو با اثر استراتژی رندم مقایسه شده است. نتایج نشان داد که بیشترین مقدار سرمایه نهایی در بازی پارادوکس پاراندو مربوط به اتخاذ استراتژی سوئیچینگ عدد نپر (e) است.

واژه‌های کلیدی اعداد اصم، پارادوکس پاراندو، استراتژی سوئیچینگ.

---

*عهده دار مکاتبات

نشانی: مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی پزشکی

تلفن: ۰۹۱۵۳۰۲۳۸۹۰– ۰۵۱۱-۶۶۲۹۴۶۷ **پست الکترونیکی:** tahami@mshdiau.ac.ir

۱- مقدمه

بازی پارادوکس (تناقض) پاراندو یکی از جدیدترین تحقیقات انجام شده در زمینهٔ تئوری بازی‌ها است که اولین بار در سال ۱۹۹٦توسط شخصی به‌نام پاراندو به منظور آموزش چرخ براونین (Brownian ratchet) پیشنهاد و مطرح گردید. بعد از آن در سال ۱۹۹۹ Hammer و Abbott اولین مقاله شان را در زمینهٔ بازی پارادوکس پاراندو و کاربردهای آن ارائه دادند.

پس از اولین مقالهٔ منتشر شده توسط پاراندو، مطالعات زیادی در زمینهٔ بازی پارادوکس پاراندو انجام شده است که منجر به تولید بازی‌های جدیدی همچون بازی های وابسته به حافظه [۹] (به جای وابسته به سرمایه)، بازی‌های مشارکتی [۱۵] (بازی‌هایی با چند بازیکن به‌جای بازی با تک بازیکن) شده است.

نکتهٔ مورد توجه در این بازی این است زمانی که دو بازی آماری A وB به صورت جداگانه دارای نتیجهٔ باخت هستند، اگر از طریق استراتژی‌های پریودیک یا رندم با هم ترکیب شوند نتیجهٔ کل بازی بُرد خواهد شد. تحقیقات نشان می دهد که پارادوکس پاراندو می‌تواند در اقتصاد یا دینامیک سیستم های اجتماعی به منظور استخراج سود و منفعت از وضعیت‌های ظاهراً خسارت بار مورد استفاده قرار گیرد. به عنوان مثال، اگر یک جامعه یا اکوسیستم دچار کاهش در نرخ زاد و ولد یا کاهش در مرگ و میر شود، این کاهش در زاد و ولد و مرگ و میر می توانند با هم به نحوی ترکیب شوند که نتیجه مطلوب برای کل جمعیت حاصل گردد [۵]. تحقیقات دیگری نشان می دهد که ایدهٔ ریاضی پارادوکسِ پاراندو می تواند باعث گسترش مدل‌های جدیدی از سیستم های شیمیایی شود که در آن‌ها هدف، مطالعهٔ نوسانات حراراتی و تأثیر آن‌ها بر روی سیستم است. به عبارتی دیگر، این مدل ها مشخص می‌کنند که چگونه سیستم‌های شیمیایی ساده می توانند پارادوکسی (تناقضی) عمل کنند و آن شرایط نوسانی اعمال شده می تواند باعث ایجاد نتایج پارادوکسی شود.

این تحقیقات نشان می‌دهد که مدل‌های محاسباتی مبتنی بر پارادوکسِ پاراندو می‌توانند کاربردهای جدیدی در علوم شیمی، بیوشیمی و مهندسی شیمی داشته باشند؛ از این رو در مجموع باید گفت در حالت کلی مشخص شده است که پارادوکس پاراندو یک کشف مهم و قابل توجه با نتایج بسیار غنی در محدودهٔ وسیعی از شرایط و کاربردهای گوناگون ، از فیزیک، ژنتیک و اقتصاد گرفته تا مهندسی الکترونیک و جامعه شناسی [۳] است.

تعریف اصلی بازی پارادوکسِ پاراندو با سکه‌هایی نمایش داده می‌شود که در آن، سکه ها به سمت برد یا باخت، طوری دستکاری (بایاس) شده اند که بازی A شامل سکه ای است با احتمال برد p و بازی B نیز به صورت ذیل تعریف شده است:

اگر سرمایهٔ (Capital) حال حاضر مضربی از M باشد در این‌صورت شانس بُرد P_1 است و اگر مضربی از M نباشد شانس بُرد P_2 خواهد بود.

ثابت شده است بازی A در صورتی که شرط ذیل برقرار باشد به باخت ختم می شود [٤]:

$$\frac{1-p}{p} > 1 \qquad (۱)$$

در حالی که بازی B زمانی به باخت ختم می‌شود که داشته باشیم:

$$\frac{(1-p_1)(1-p_2)^{M-1}}{p_1 p_2^{M-1}} \qquad (۲)$$

بازی نهایی می‌تواند با سوئیچینگ رندم میان بازی‌های A وB با احتمال γ ساخته شود. این بازی یک بازی وابسته به سرمایه است. تحقیقات منتشر شده نشان داده است که انتخاب هایی از p به نام های p_1 و p_2 وجود دارد که اگر بازی های A و B هردو به باخت ختم شوند، بازی نهایی می‌تواند به برد برسد. به همین دلیل این رفتار را پارادوکس (تناقض) پاراندو می‌نامند.

به منظور کنترل (تنظیم) مقدار سه احتمال p_2 , p_1 , p، از پارامتر ε استفاده شده است. بنابراین پارامترها تبدیلات: $p = p' - \varepsilon$ و $p_1 = p'_1 - \varepsilon$ و $p_2 = p'_2 - \varepsilon$ تنظیم می‌شود. مقادیر پیش فرض مورد

استفاده در این مقاله برای پارامترهای ذکر شده عبارتند از: $p'=1/2$ و $p'_1=1/10$ و $p'_2=3/4$ و $M=3$ و $\varepsilon=0.005$ که سعی شده است متناسب با تحقیقات معتبر در این حوزه معین شوند [٦].

با توجه به سرمایهٔ فعلی به عنوان حالتی در زنجیرهٔ مارکوف گسسته، می توان نشان داد در صورتی‌که شرط ذیل برقرار باشد، پارادوکس وجود خواهد داشت [٦]:

$$\frac{(1-q_1)(1-q_2)^{M-1}}{q_1 q_2^{M-1}}<1 \qquad (۳)$$

که در آن:

$$q_1=\gamma p+(1-\gamma)\,p_1 \qquad (٤)$$

و

$$q_2=\gamma p+(1-\gamma)\,p_2 \qquad (۵)$$

یکی از محدودیت‌های این بازی این است که آن نمایشی از دو بازی است و یکی از آن‌ها به سرمایه وابسته است. در مطالعات انجام شدهٔ قبلی از سوئیچینگ های پیچیده مبتنی بر رندم به منظور بهبهود سرمایهٔ نهایی در بازی پارادوکس پاراندوی بهبود استفاده شده است [۳]. روش های مختلفی به منظور نشان دادن این‌که کدام‌یک از بازی های A یا B باید در هر لحظه از زمان n (زمان به صورت گسسته در نظر گرفته شده است) باید بازی شوند، ارائه شده است که یکی از این روش ها مقایسهٔ سری زمانی x_n با مقدار ثابت γ است. اگر $x_n \ge \gamma$ بازی A و در غیر این‌صورت بازی B انتخاب خواهد شد [١٦].

در این مقاله استراتژی سوئیچینگ جدیدی مبتنی بر سری های زمانی ناشی از اعداد اصم مورد استفاده قرار گرفته است. لازم به ذکر است که اعداد اصم به دو دستهٔ جبری و غیر جبری تقسیم می شوند. تقریباً تمامی اعداد اصم، غیر جبری اند و تمامی اعداد غیر جبری اصم اند. هم‌چنین تعداد ارقام پس از ممیز هر عدد اصم بی‌نهایت است.

اعداد π و e به عنوان نمونه های رایجی از این دسته از اعداد اصم محسوب می شوند [۱]. در کنار این اعداد، ثابت feigenbaum که آن را با δ نیز نمایش می دهند، یک ثابت جانشمول و یکی دیگر از اعداد اصم محسوب می شود که به صورت گسترده در تئوری آشوب مورد استفاده قرار می‌گیرد [١٤,٤].

در این مقاله سعی شده است تا ابتدا با استفاده از آنالیزهای غیرخطی ریاضی که عمدتاً در تجزیه و تحلیل سیگنال‌های شبه پریودیک و آشوبی استفاده می شوند، تمایز دینامیکی این اعداد با عدد رندم مشخص شود سپس از ۲۰۰ رقم اول بعد از ممیز اعداد اصم π و e و ثابت δ به منظور اتخاذ استراتژی سوئیچینگ در بازی پارادوکس پاراندو استفاده شود. در نهایت نتایج شبیه سازی ناشی از هریک از سه استراتژی جدید با هم و نیز با استراتژی سوئیچینگ عدد رندم مقایسه شده است تا مشخص شود که آیا این استراتژی ها می‌توانند میزان سرمایهٔ نهایی را در بازی پارادوکس پاراندوی کلاسیک نسبت به عدد رندم افزایش دهند یا خیر.

۲- آنالیز پیچیدگی دینامیک اعداد اصم π و e ثابت δ

خواص دینامیکی و میزان پیچیدگی اعداد اصم π و e ثابت δ و عدد رندم را می توان با بعد فراکتال مبتنی بر شمارش جعبه (box counting) و آنتروپی مشخص نمود.

در این بخش ۲۰۰ رقم اول از ارقام پس از ممیز اعداد اصم π و e ثابت δ [۱۷] در آنالیز پیچیدگی مورد استفاده قرار گرفته است. از آن‌جا که عمدتاً محاسبهٔ بعد فراکتال مبتنی بر شمارش جعبه (box counting) برای سیگنال‌ها و دادگان دو بعدی مورد

استفاده قرار می گیرد؛ به همین دلیل سری های زمانی از ۲۰۰ رقم اول پس از ممیز اعداد اصم π و e ثابت δ به شکل ترتیب زمانی مشخص شده اند و هر رقم در یک زمان t قرار گرفته است. نمایش سری های زمانی ارقام پس از ممیز هریک از سه عدد فوق و نیز ۲۰۰ رقم رندم (بین ۰ و ۹) در شکل (۱) به عنوان زیرمجموعه‌ای از فضای اقلیدسی دو بعدی R^2 نشان داده شده است (نمودار رقم بر حسب موقعیت رقم).

روش‌های مختلفی به منظور مشخص نمودن بعد فراکتال سری های زمانی در فضای اقلیدسی Rn وجود دارد. بعد شمارش جعبه (Box – Counting)، یکی از معروفترین این روش‌ها است[۱۰]. بعد شمارش جعبهٔ D_b با عددی مشخص می شود که به صورت ذیل قابل محاسبه است:

$$D_b = -\lim_{R\to 0}\left\{\frac{\log N(R)}{\log R}\right\} \quad (٦)$$

که در آن N(R) تعداد جعبه‌های با طول R مورد نیاز برای پوشاندن مجموعه است. مبنای تئوری تخمین بعد فراکتال از طریق الگوریتم شمارش جعبه در مراجع مختلف ارائه گردیده است [۱۰-۱۱] و [۱٤].

همان‌طور که قبلاً اشاره گردید در این مقاله نمودار سری های زمانی به شکل زیر مجموعه ای از فضای دو بعدی اقلیدسی R^2 در نظر گرفته شده است و بعد فراکتال در این فضای دو بعدی گرفته شده است.

یکی دیگر از ابزارهای ریاضی به منظور آنالیز سری های زمانی، آنتروپی است. آنتروپی روشی مناسب و کارآمد به منظور توصیف فضای حالت سیستم دینامیکی و تعیین درجهٔ بی نظمی در سری های زمانی غیر پریودیک است. بنابراین در این مقاله آنتروپی به منظور مقایسهٔ درجهٔ بی نظمی سه عدد اصم π و e ثابت δ با سری زمانی عدد رندم مورد استفاده قرار گرفته است. لازم به ذکر است هر چه آنتروپی بیشتر باشد، سری زمانی بی نظم تر است [۷و۸].

تخمین آنتروپی شامل دو مرحله است؛ اول باید هیستوگرام مشخص و سپس آنتروپی محاسبه شود. معادلهٔ زیر به منظور محاسبهٔ آنتروپی یک سیستم دینامیک (همچنین یک سری زمانی) مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$s = -k\sum_i P_i \ln P_i \quad (٧)$$

که در این رابطه، s یک سمبول قراردادی برای آنتروپی است. ثابت احتمال k به این‌که چه واحدهای اندازه‌گیری به منظور محاسبهٔ s انتخاب شده اند، وابسته است. زمانی‌که واحد اندازه گیری بر مبنای SI انتخاب شود، kB=k 1.38066×10−23 J K−1 ثابت بولتزمن است و خواهیم داشت:

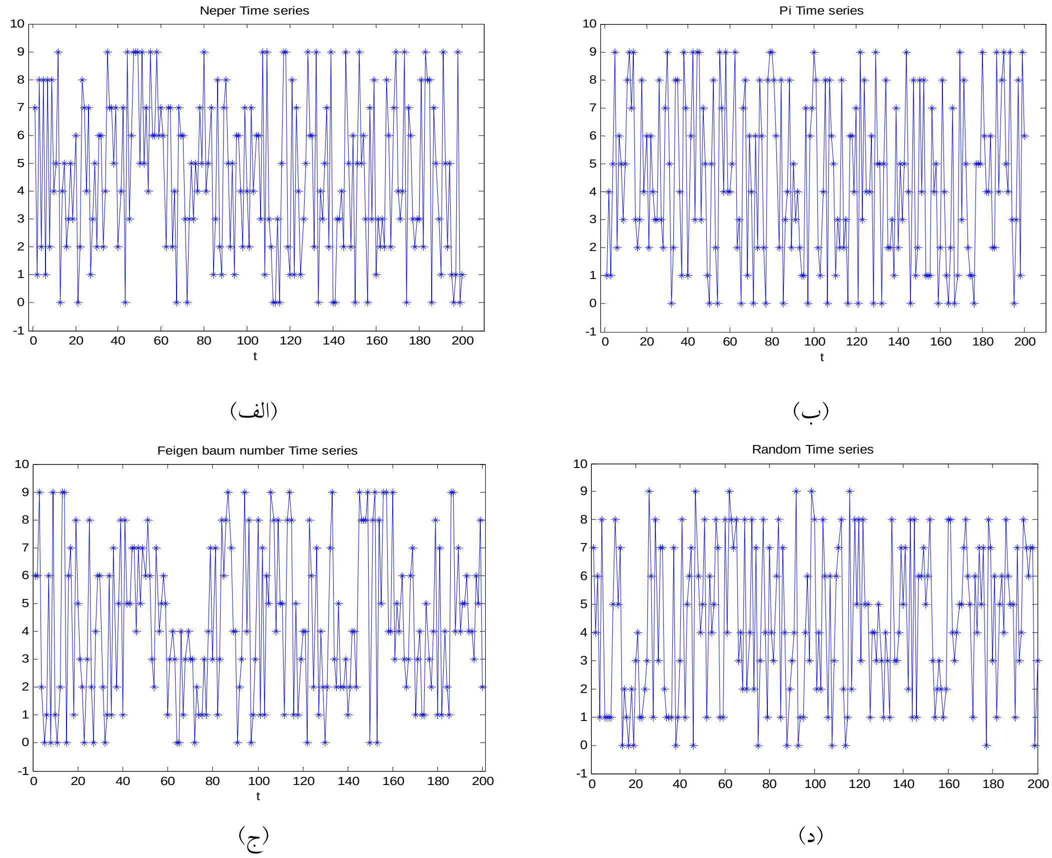
$$P_i = \mu(x_i) = \int_{\text{microstate } i} P(x)\,dx \quad (٨)$$

تئوری ریاضی محاسبهٔ آنتروپی توسط Martin و James به صورت کامل ارائه شده است [۱۲]. لازم به ذکر است در این تحقیق، برنامهٔ مورد نیاز جهت محاسبهٔ آنتروپی مربوط به سری های زمانی ذکر شده در نرم افزار MATLAB نوشته شده است.

نتایج محاسبات انجام شده در جدول (۱) آورده شده است. با توجه به این جدول، تفاوت قابل ملاحظه ای میان بعد فراکتال و آنتروپی سری های زمانی سه عدد اصم π و e ثابت δ و سری زمانی رندم مشاهده می‌شود.

همان‌طور که در شکل (۲) نشان داده شده است، تمامی سری های زمانی به جز سری زمانی مربوط به عدد رندم از یک توزیع تقریباً یکنواخت برخوردارند. در مجموع با توجه به نتایج به دست آمده در این بخش

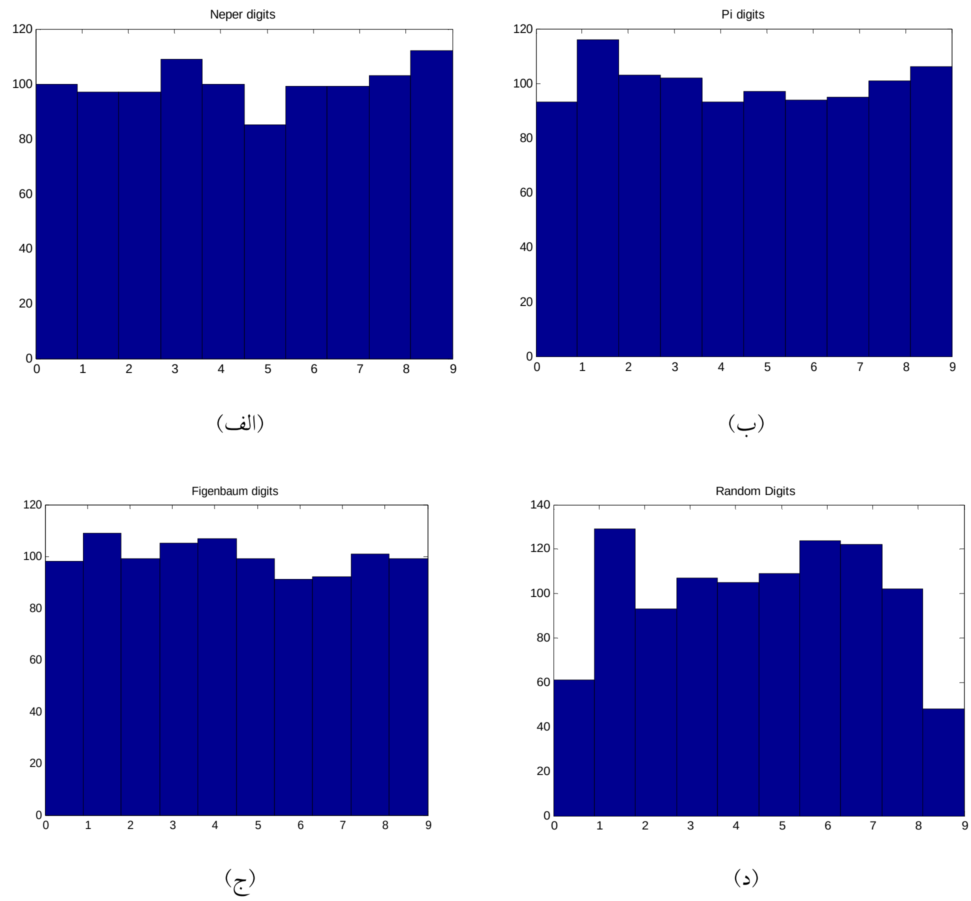
می توان نتیجه گرفت که ویژگـی‌هـایی دینـامیکی عـدد رندم و اعداد اصم π و e ثابت δ به نحـو محـسوسی با هم متفاوت است. ضمن این‌که شباهت‌های زیادی نیز میان ویژگی‌های سـه عـدد اصـم بـاهم وجـود دارد. در بخش بعد، هدف این است ضمن استفاده از ایـن چهـار استراتژی سوئیچینگ (سـه عـدد اصـم و عـدد رنـدم)، اثرات آن‌ها بر سرمایهٔ نهایی در بازی پاردوکس پارانـدو مورد مقایسه قرار گیرد و مشخص شود کـه آیـا وجـود تفاوت های دینامیکی که در ایـن بخـش مـورد بررسـی قرار گرفت، می تواند در کیفیت بازی پارندو و افـزایش سرمایهٔ آن مؤثر باشد یا خیر.



شکل ۱ ۲۰۰ رقم اول پس از ممیز اعداد اصم π و e ثابت δ و ۲۰۰ رقم رندم (با مقادیری بین ۰ تا ۹) (الف) سری زمانی عدد e (ب) سری زمانی عدد π (ج) سری زمانی ثابت δ و (د) سری زمانی عدد رندم

جدول ۱ آنتروپی و بعد فراکتال سری های زمانی سه عدد اصم π و e ثابت δ و سری زمانی رندم

عدد	آنتروپی	بعد فراکتال
π	۱,۰٤۸۳	۰,۹٥٦۸
e	۱,۰٤۸۱	۰,۹٥٤٦
ثابت δ	۱,۰٤۹۰	۰,۹٥٦۰
رندم	۱,۲۲۲۱	۰,۹۹۳۰



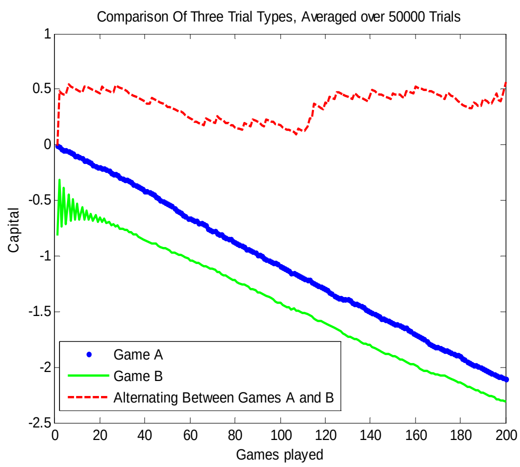
شکل ٢ نمودار هیستوگرام ١٠٠٠رقم اول پس از ممیز اعداد اصم π و e ثابت δ و ١٠٠٠ رقم رندم (با مقادیری بین ٠ تا ٩) (الف) سری زمانی عددe (ب) سری زمانی عدد π (ج) سری زمانی ثابت δ و (د) سری زمانی عدد رندم

٣- استراتژی های سوئیچینگ مبتنی بر اعداد اصم π و e و ثابت δ

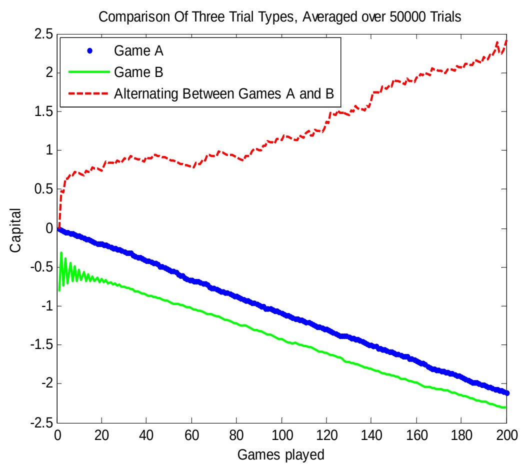
همان‌طور که در مقدمه ذکر گردید، در هر لحظه تنها یکی از بازی‌های A یا B می توانند بازی شوند. سری زمانی x_n به منظور مشخص کردن این‌که کدام یک از بازی‌های A یا B در هر لحظه زمانی n باید بازی شوند، مورد استفاده قرار می‌گیرد. همان‌طور که قبلاً نیز ذکر شد، یک روش برای این‌کار مقایسهٔ هر یک از مقادیر سری زمانی x_n با ثابت γاست. در هر دور بازی پاراندو، مقداری از سری زمانی x_n با مقدار γ مقایسه می شود. اگر $\gamma \leq x_n$ بود، بازی A و اگر $\gamma > x_n$ بود، بازی B بازی خواهد شد. به تعبیری دیگر مقدار γ به عنوان یک سطح آستانه است که مشخص می‌کند بازی بعدی باید A باشد یا B.

در بازی پاراندو ابتدایی و کلاسیک، استراتژی‌های سوئیچینگ، رندم و پریودیک اند. در این بخش بازی پاراندو با اتخاذ استراتژی های سه عدد اصم π و e ثابت δ شبیه سازی شده است تا مشخص شود اثرات هر استراتژی و اثر سطح آستانهٔ γ بر سرمایهٔ نهایی بازی پاراندو به چه میزان است. در شبیه سازی انجام شده در این بخش هر بازی به صورت جداگانه ٢٠٠ بار بازی می شود و موفقیت‌ها در ٥٠٠٠٠ بار

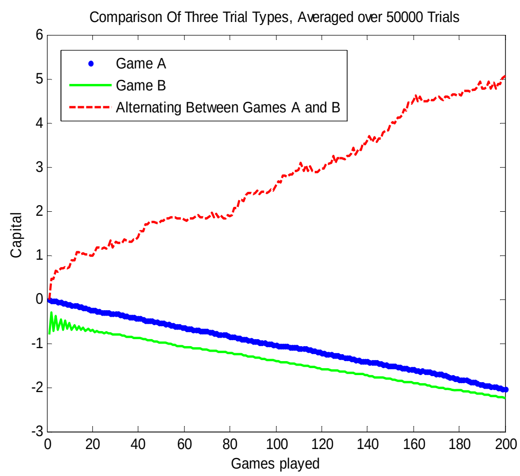
آزمایش (برای هـر بـار بـازی) میـانگیـری مـی شـود. شکل‌های (۳) و (٤) نحـوهٔ تغییـرات سـرمایهٔ بـازی بـا اتخاذ استراتژی های e ثابت δ در تکرارهای مختلـف و با مقادیر مختلف پارامتر γ تغییر می‌کند. (لازم بـه ذکـر است که نمودارهای مربوط به استراتژی های عـدد π و رندم نیز در اختیار است که در صورت نیاز ارائه خواهد شد.)



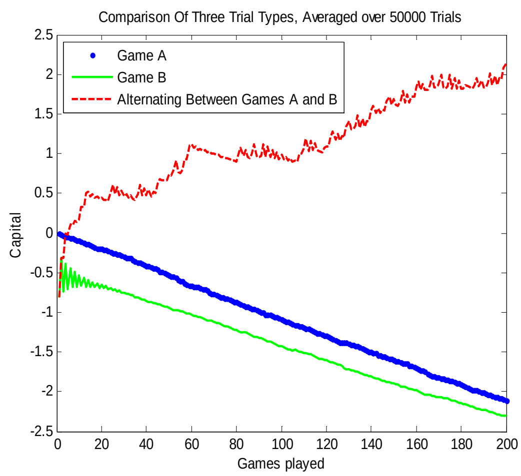
(الف)



(ب)

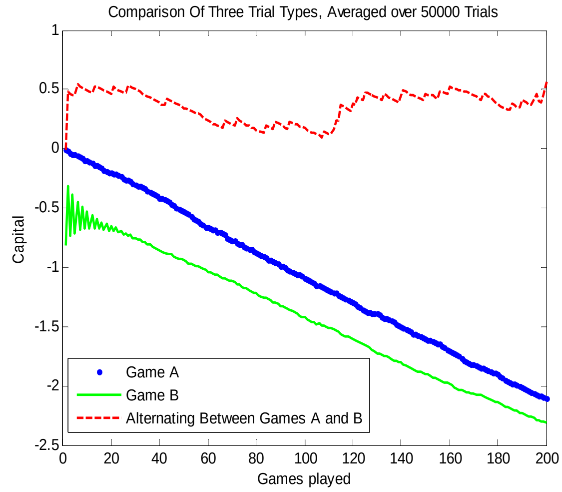


(ج)

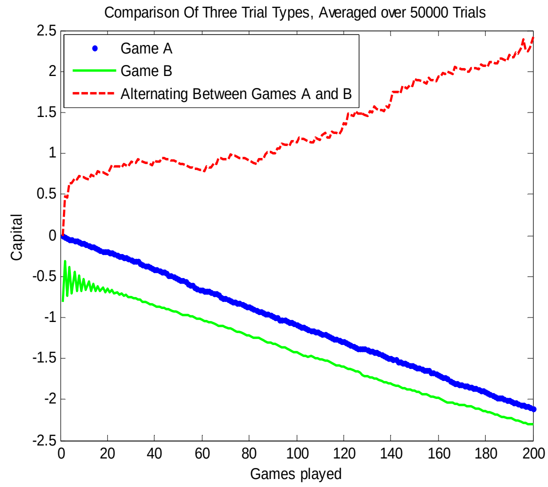


(د)

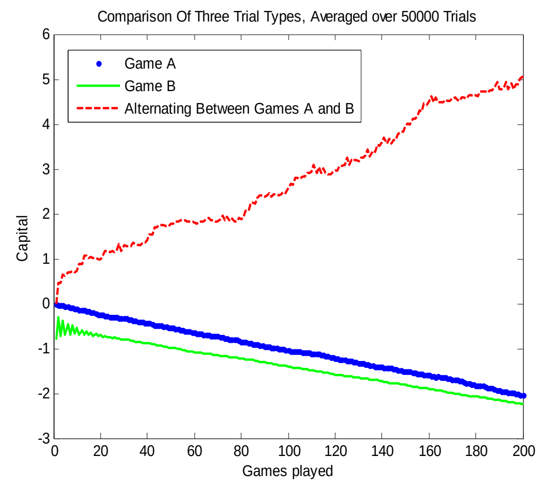
شکل ۳ تغییرات سرمایه به ازای مقادیر مختلف γ و اثرات این پارامتر بر نتیجهٔ بازی با اتخاذ استراتژی e . الف) $\gamma = 1$ ب) $\gamma = 2$ ج) $\gamma = 5$ د) $\gamma = 7$ هر نقطه در نمودار از میانگین موفقیت در ۵۰۰۰۰ بار آزمایش به دست امده است.



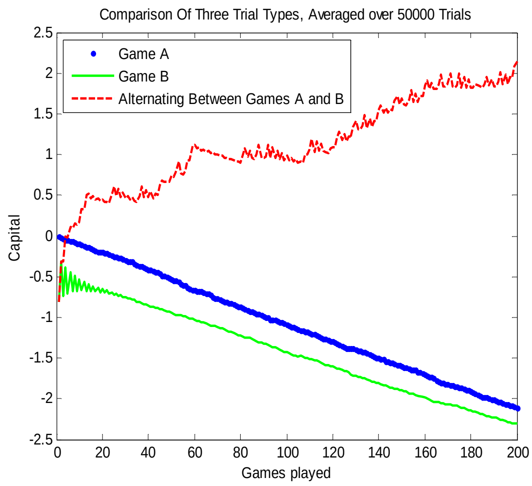
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۳ تغییرات سرمایه به ازای مقادیر مختلف γ و اثرات این پارامتر بر نتیجهٔ بازی با اتخاذ استراتژی e الف) $\gamma = 1$ ب) $\gamma = 2$ ج) $\gamma = 5$ د) $\gamma = 7$ هر نقطه در نمودار از میانگین موفقیت در ۵۰۰۰۰ بار آزمایش به دست آمده است .

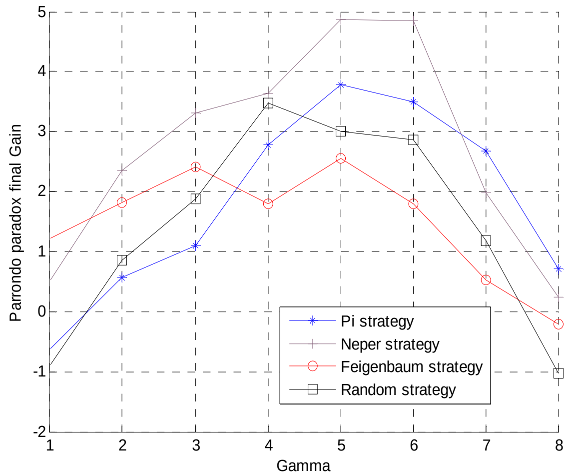
اثرات مقادیر مختلف γ برروی سرمایهٔ نهایی بازی پارادوکس پاراندو در جدول (۲) نشان داده شده است. همان‌طور که در این جدول دیده می شود، به جز در استراتژی سوئیچینگ عدد رندم، $\gamma = 5$ باعث تولید بیشترین سرمایهٔ نهایی در تمامی استراتژی های می‌شود.

همچنین با انتخاب استراتژی سوئیچینگ e و در مقدار $\gamma = 5$ ، بازی پاراندو دارای بیشترین سرمایهٔ نهایی در مقایسه با سه استراتژی دیگر خواهد بود. این نتایج به صورت شماتیکی در شکل (۵) نیز نشان داده شده است.

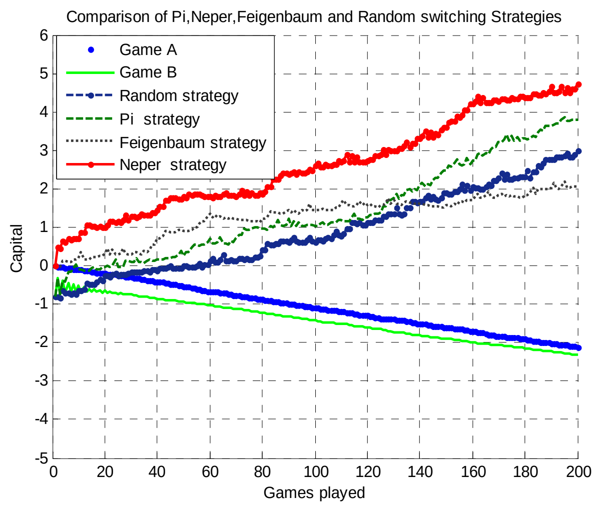
شکل (٦) نشان می دهد که چگونه سرمایه‌ی بازی در طول تکرارهای مختلف تغییر می کند. واضح است که برای $\gamma = 5$، استراتژی e کاملاً با رندم و دو استراتژی عدد اصم دیگر متفاوت است.

جدول ۲ سرمایهٔ نهایی بازی پارادوکس پاراندو به ازای مقادیر مختلف ثابت γ بعد از ۲۰۰ بار تکرار

استراتژی	سرمایه							
	$\gamma=1$	$\gamma=2$	$\gamma=3$	$\gamma=4$	$\gamma=5$	$\gamma=6$	$\gamma=7$	$\gamma=8$
π	−۰٫۶۲۰۸	۰٫۵۵۸۸	۱٫۱۱۰۳	۲٫۷۷۸۷	۳٫۷۸۸۳	۳٫۴۸۶۶	۲٫۶۷۹۰	۰٫۷۱۷۱
e	۰٫۵۳۲۹	۲٫۳۴۱۰	۳٫۳۰۴۵	۳٫۶۳۵۲	۴٫۸۷۲۶	۴٫۸۴۸۸	۱٫۹۷۵۸	۰٫۲۳۸۸
δ ثابت	۱٫۲۳۱۸	۱٫۸۱۵۸	۲٫۴۰۲۶	۱٫۷۹۸۶	۲٫۵۵۴۰	۱٫۸۰۶۸	۰٫۵۲۲۸	−۰٫۲۱۸۱
رندم	−۰٫۸۸۷۹	۰٫۸۴۶۷	۱٫۸۷۹۷	۳٫۴۸۴۱	۳٫۰۰۸۱	۲٫۸۵۹۳	۱٫۱۹۰۵	−۱٫۰۱۹۶



شکل ۵ اثر γ بر روی سرمایه‌ی نهایی در بازی پارادوکس پاراندو به ازای تمامی استراتژی های سوئیچینگ



شکل ٦ استراتژی های سه عدد اصم π و e ثابت δ و نیز عدد رندم در بازی پارادوکس پاراندو با $\gamma=5$.هر نقطه در این نمودار از میانگین موفقیت در ۵۰۰۰۰ بار آزمایش محاسبه شده است

همان‌طور که در جدول (۳) نشان داده شده است، میانگین سرمایهٔ بازی با استراتژی سوئیچینگ e و برای $\gamma=5$ نیز از سایر استراتژی‌های سوئیچینگ بعد از ۲۰۰ تکرار بیشتر خواهد بود.

جدول ۳ میانگین تغییرات سرمایه پس از ۲۰۰ تکرار به ازای مقادیر مختلف $\gamma = 5$

استراتژی	$\gamma = 1$	$\gamma = 2$	$\gamma = 3$	$\gamma = 4$	$\gamma = 5$	$\gamma = 6$	$\gamma = 7$	$\gamma = 8$
π	− ۰,۹۷۲۷	−۰,۲۵۳۳	۰,۰٤۰٦	۰,۷۲٤۱	۱,۳۷۷۲	۱,۲۳۲۸	۱,۰٦۲٦	۰,۰۳۹۰
e	۰,۳۹۸۷	۱,۲۳۹۷	۱,۸۹٤۸	۲,۳٤۵۱	۲,۷۳۷۸	۲,۸۹٤۷	۱,۰۹۵۱	− ۰,۲۵۷٤
ثابت δ	۰,۸۵۲۳	۰,۹٦۷۹	۱,۱۷۷٤	۰,۸۳۵۲	۱,۳۰۱٤	۰,۹۷٦۵	۰,۱٦۷٤	− ۰,۲۵٤٤
رندم	− ۰,۲۷٦۷	−۰,٤۹۸۸	۰,۰۳۱۹	۰,۲۷٤۵	۰,۷٦۷٤	۰,۹۰۸۰	۱,۰۱۵۹	−۰,۱٤۵۹

٤- بحث و نتیجه گیری

بازی پارادوکس (تناقض) پارانـدو یکـی از جدیـدترین تحقیقات انجام شده در زمینهٔ تئوری بازی‌ها است. ایـن بازی یک کشف مهم و قابل توجه با نتایج بـسیار غنـی در محدودهٔ وسیعی از شـرایط و کاربردهـای گونـاگون است؛ از فیزیک، ژنتیـک و اقتـصاد گرفتـه تـا مهندسـی الکترونیـک و جامعـه شناسـی. در ایـن مقالـه کـاربرد جدیـدی از اعـداد اصـم π و e ثابـت δ در اسـتراتژی سوئیچینگ بازی پارادوکس پاراندو معرفی و ارائه شـد. به منظور مقایسهٔ استراتژی های جدید با استراتژی رندم که در بازی پارادوکس پاراندوی کلاسیک مورد اسـتفاده قرار می گرفت، سری های زمانی ۲۰۰ رقم پس از ممیز سه عدد اصم π و e ثابـت δ بـه عنـوان اسـتراتژی سوئیچینگ در بازی پـارادوکس پارانـدو اسـتفاده شـد. نتایج نشان داد که به‌جـز اسـتراتژی عـدد رنـدم، $\gamma = 5$ باعث تولیـد بیـشترین سـرمایهٔ نهـایی در میـان تمـامی استراتژی ها خواهد شد. بنابراین می توان گفت رقـم ۵ دارای نقش مهمی در سـه عـدد اصـم π و e ثابـت δ است؛ ضمن این‌که به دلیل این تفاوت عملکردی و نیـز تفاوت دینامیکی میان عدد رندم با سه عدد اصـم دیگـر (تفاوت در آنتروپی و بعد فراکتال)، استفاده از عدد اصم π و یا اعداد مشابه به عنوان تولید کننده‌هـای رنـدم در برنامه های کامپیوتری نمی تواند گزینـهٔ مناسـبی باشـد.

همچنین با انتخاب استراتژی سـوئیچینگ *e*، پـارادوکس پاراندو دارای بیشترین سرمایهٔ نهایی بـه ازای $\gamma = 5$ در مقایسه با سه استراتژی دیگر خواهد بود.

نتایج اتخاذ استراتژی‌های جدید پیشنهاد شده در این تحقیق، نشان داد فرآیند سوئیچینگ، یک فرآیند غیر خطی است و از این‌رو این نوع از سوئیچینگ می تواند به طـور کامـل رفتـار سیـستم را تغییـر دهـد. همچنـین می‌توان گفت در حالت کلی بازی پارادوکس پاراندو می تواند به نوعی نمونهٔ مناسبی از تئوری هـای مهـم حـال حاضر فیزیک نظیر بروز نظم از درون پدیـده هـای بـی نظم و رفتارهـای متناقـضی همچـون آشـوبِ معـین در بسیاری از پدیده ها باشد.

یکی از کاربردهای استراتژی جدیـد سـوئیچینگ مبتنی بر اعداد اصم می توانـد در مطالعـات اجتمـاعی و مدل‌های بیولوژیکی که از بازی پارادوکس پاراندو الهـام می گیرند، باشد [۱۳,۳]. روش ارائه شده در ایـن مقالـه (خصوصاً استراتژی e) از آن‌جـا کـه توانـست افـزایش (تکامل) محسوسی در سرمایهٔ نهایی بـازی ایجـاد کنـد، می‌توانـد بـه عنـوان گـامی در جهـت طراحـی بازهـای تکاملی و بهبود عملکرد الگوریتم‌های تکاملی (همچـون الگوریتم ژنتیک و اتوماتای سلولی) در آینـده محـسوب شود.

۵- مراجع

1. D.Lai, Marius-F. Danca, Fractal and statistical analysis on digits of irrational numbers, Chaos, Solitons and Fractals 36, 246–252, 2008.
2. Daniel C. Osipovitch, Carl Barratt and Pauline M. Schwartz," Systems chemistry and Parrondo's paradox: computational models of thermal cycling", New J. Chem., 33, 2022-2027, 2009.
3. Derek Abbott, "Developments in Parrondo's Paradox",2008, Centre for Biomedical Engineering (CBME) and School of Electrical & Electronic Engineering, University of Adelaide, Adelaide.
4. F.Sezgina and T. Metin Sezgin, On the statistical analysis of Feigenbaum constants , Journal of the Franklin Institute, 756-758, November 2006.
5. G. P. Harmer and D. Abbott, Parrondo's paradox: losing strategies cooperate to win , Nature 402, p. 864, 1999.
6. Harmer GP, Abbott D. Parrondo_s Paradox. Statistical Science;14:206–13, 1999.
7. J. Daintith, Oxford Dictionary of Chemistry, oxford university press, 2008.
8. J. Luo, The Entropic Power of Energy and Natural Resources, Massachusetts Institute of Technology, January, 2007.
9. J. M. R. Parrondo, G. P. Harmer, and D. Abbott, New paradoxical games based on Brownian ratchets, Physical Review Letters 85(24), pp. 5226–5229, 2000.
10. K.J. Falconer, Fractal Geometry. Mathematical Foundations and Applications,Wiley, NewYork, 1990.
11. M. F. Barnsley, Fractals everywhere, Boston: Academic Press;1988
12. Nathaniel F. G. Martin, James W. England, Mathematical theory of entropy. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, vol. 12, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Mass., 1981.
13. P. Arena, S. Fazzino, L. Fortuna, and P. Maniscalco, Game theory and non-linear dynamics: the Parrondo paradox case study , Chaos, Solitons and Fractals 17, pp. 545–555, 2003.
14. R. Hilborn, Chaos and nonlinear dynamics, Oxford University Press,2000.
15. R. Toral, Cooperative Parrondo's games, Fluctuation and Noise Letters 1(1), pp. L7–L12, 2001.
16. T.W. Tang,a A. Allisona and D. Abbotta, Parrondo's games with chaotic switching , Noise in Complex Systems and Stochastic Dynamics II, pp.520-530, 2004
17. http://pi.lacim.uqam.ca/piDATA/feigenbaum.txt,http://infomotions.com/etexts/gutenberg/dirs/etext96/miscc10.txt and http://numbers.computation.free.fr/Constants/constants.html