

## تعیین پایداری ولتاژ و ATC ایستا با روش نیوتن-رافسون-سایدل توسعه یافته و مقایسه آن با روش حداقل پس ماند

مصطفی عیدانی\*<sup>(۱)</sup>

(۱) استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد بجنورد، گروه برق، بجنورد، ایران

**چکیده** در این مقاله، روش قدیمی تعیین پایداری ولتاژ به نام NRS (Newton – Raphson – Seydel) یا نیوتن – رافسون – سایدل، توسعه داده شده و برای تعیین ATC (Available Transmission Capability) ایستا نیز مورد استفاده قرار گرفته است. در این روش از معادلات دقیق ماتریس ژاکوبین استفاده می‌شود؛ در صورتی که در روش‌های قدیمی از تقریب ماتریس ژاکوبین استفاده شده است. برای مقایسه این روش، از روش‌های پخش بار تداومی CPF (Continuation Power Flow)، روش حداقل پس ماند GMRES (General Minimal Residual) و روش ترکیبی CPF-GMRES، استفاده و نشان داده شده که روش ارائه شده، قابلیت اطمینان و سرعت بیشتری دارد. روش ارائه شده برای تعیین پایداری ولتاژ و ATC ایستا، بر روی شبکه نمونه خراسان با ۳۵۰ باس و با دو نرم‌افزار Matlab و DIGSILENT امتحان گردیده است.

**واژه‌های کلیدی** پایداری ولتاژ، روش NRS، نرم‌افزار Matlab، نرم‌افزار DPF، روش CPF، GMRES، ATC

\*عهده دار مکاتبات

نشانی: بجنورد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بجنورد، دانشکده مهندسی، گروه برق

پست الکترونیکی: eidiani@bojnourdiau.ac.ir

تلفن: ۰۵۸۴-۲۲۹۶۹۹۴-۲۲۹۶۹۸۲

## ۱- مقدمه

پایداری ولتاژ به توانایی سیستم قدرت در حفظ ولتاژهای سیستم در وضعیت عادی بعد از وارد شدن خطا اطلاق می‌شود. سیستم هنگامی وارد حالت ناپایداری ولتاژ می‌شود که بروز اغتشاش، افزایش در بار مورد نیاز و یا تغییر در موقعیت سیستم، موجب کاهش غیر قابل کنترل ولتاژ گردد. عامل اصلی ناپایداری، ناتوانی سیستم قدرت در مواجهه با تقاضا برای توان موهومی می‌باشد. پایداری ولتاژ را می‌توان به دو دسته پایداری ولتاژ اغتشاش بزرگ و اغتشاش کوچک تقسیم کرد. پایداری ولتاژ اغتشاش بزرگ، توانایی سیستم را در کنترل ولتاژ، به دنبال بروز یک خطای بزرگ از قبیل: خطاهای سیستم، از دست دادن بار و یا از دست دادن تولید، در نظر می‌گیرد. این نوع پایداری را می‌توان به کمک شبیه‌سازی‌های غیرخطی در حوزه زمان مطالعه کرد. فقط در این معادلات، باید مدل‌های عناصری که نقش بسزایی بر پایداری ولتاژ دارند در نظر گرفت؛ از جمله تغییر دهنده تپ ترانسفورماتور، تنظیم کننده‌های تغییر دهنده فاز، مدل‌های دقیق بار (وابستگی بار به ولتاژ و فرکانس)، کنترل کننده‌های توان موهومی و ... [۱۲]. ساختار کلی مدل سیستم برای تحلیل پایداری ولتاژ دینامیکی و تحلیل پایداری گذرا یکسان است و از آنجا که هدف این مقاله تحلیل استاتیکی پایداری ولتاژ است، لذا در این جا بیشتر بر روی روش‌های پایداری سیگنال کوچک بحث می‌شود.

پایداری ولتاژ اغتشاش کوچک یا سیگنال کوچک، توانایی سیستم در کنترل ولتاژ، به دنبال بروز خطاهای کوچک از قبیل تغییرات تدریجی بار می‌باشد. این شکل از پایداری را می‌توان با روش‌های حالت ماندگار که از خطی‌سازی معادلات دینامیکی سیستم در یک نقطه کار معلوم به دست آمده‌اند، مطالعه کرد. روش‌های مهم مورد استفاده عبارتند از: تحلیل حساسیت  $V_Q$ ، تحلیل مدال  $V_Q$ ، پخش بار

تداومی (CPF)، روش‌های انرژی، شاخص فاصله اقلیدسی بین نقطه تعادل پایدار و ناپایدار، شاخص تابع آزمایش، شاخص درمینان و روش NRS. بعضی از روش‌های فوق را می‌توان برای تعیین ATC نیز به کار برد [۳] که در این مقاله بر روی روش‌های پخش بار تداومی و NRS [4,5] تأکید شده است.

روش CPF یکی از قدیمی‌ترین و مهم‌ترین روش‌های تعیین پایداری ولتاژ است که با روش‌های دیگر از جمله GMRES بهبود یافته است. این روش در مقاله حاضر شبیه‌سازی شده و در بخش بعد به طور کامل توضیح داده شده است.

روش NRS نیز یکی از روش‌های قدیمی و مهم است. سرعت زیاد، دقت بالا و همگرایی عالی از مزایای این روش به شمار می‌آید و تنها عیب آن پیچیدگی روش است. عیب روش نیوتن-رافسون نسبت به گوس-سایدل نیز پیچیدگی روش است ولی در تمام نرم‌افزارها از روش نیوتن-رافسون استفاده می‌شود و در واقع پیچیدگی روش عاملی برای حذف آن به شمار نمی‌رود. این روش می‌تواند علاوه بر تعیین نقاط تعادل پایدار سیستم، نقاط تعادل ناپایدار را نیز محاسبه کند؛ یعنی تمام نقاط منحنی  $V-Q$  را به دست آورد. در این مقاله روش NRS که در مراجع [۸-۶] مورد استفاده قرار گرفته، توسعه یافته تا با دقت و سرعت بیشتری به سمت جواب هم‌گرا شود. روش ارائه شده بر روی شبکه خراسان آزمایش شده و در این تحلیل از نرم‌افزارهای DPF (DIGSILENT Power Factory) و Matlab استفاده شده است. دقت و سرعت روش ارائه شده در این مقاله قابل توجه است.

در بخش دوم مقاله، ابتدا روش GMRES به طور کامل توضیح داده شده و الگوریتم اصلی و تصحیح شده آن در تعیین پایداری ولتاژ، یعنی CPF-GMRES آورده شده است و در بخش‌های بعدی به عنوان روش مقایسه با NRS توسعه یافته مورد استفاده

نیوتن- GMRES و Jacobian-Free Newton-) JFNG استفاده شده در این مقاله سرعت و دقت بیشتری نسبت به روش‌های قبلی دارد و برای سیستم‌های بزرگ و شبکه‌های توزیع بسیار مفید است. در سال ۲۰۰۷، آقای موری [۱۵] روش فاکتورگیری ILU (Incomplete LU) را با روش GMRES ترکیب کرده و نشان داد که این روش از روش پخش بار تداومی (CPF) به دلیل استفاده هم‌زمان از روش پیشگو-تصحیح‌کننده خطی و غیرخطی بهتر است. در نهایت در سال ۲۰۰۸، آقای هیزام با ترکیب الگوریتم GMRES با CPF، یک الگوریتم جدید ارائه داد [۱۶] که سرعت بیشتری نسبت به CPF های معمولی دارد. از این روش به عنوان مقایسه با NRS توسعه یافته استفاده می‌شود.

## ۲-۱- الگوریتم روش GMRES و CPF-GMRES

در حالت کلی یک سیستم خطی با ماتریس خلوت (Sparse) A را می‌توان به صورت ذیل نمایش داد [۱۶ و ۱۲]:

$$Ax=b \quad (1)$$

روش GMRES، معادله فوق را با مینیمم کردن پس‌ماند  $r$  که به صورت ذیل تعریف می‌شود حل می‌کند:

$$r(x)=b-Ax \quad (2)$$

و  $x$  (پاسخ سیستم خطی) از طریق زیرفضای کريلوف به‌روز می‌شود.

روش GMRES به عنوان یک عضو از زیرفضای کريلوف، یک دنباله از  $x_k$  ها را به عنوان تقریبی از جواب  $x=A^{-1}b$  از سیستم خطی معادله (۱) ارائه می‌دهد و در حالت کلی، زیرفضای کريلوف،  $x_k$  ها را به صورت زیر تکرار می‌کند:

$$x_k \in [x_0 + K_k(r_0, A)], \quad k=1,2,\dots \quad (3)$$

که  $x_0$  حدس اولیه جواب معادله (۱) و  $K_k(r_0, A)$ ،  $k$  امین زیرفضای کريلوف و به صورت

قرار می‌گیرد. در بخش سوم، روش NRS تقریبی [۸-۶] و NRS توسعه یافته [۵] توضیح داده می‌شود. در بخش چهارم، پایداری ولتاژ و ATC ایستای شبکه خراسان با نرم‌افزارهای مختلف محاسبه شده و نشان داده شده که سرعت و دقت روش NRS توسعه یافته از روش جدید CPF-GMRES نیز بیشتر است و در نهایت، نتیجه‌گیری و مراجع مقاله آورده شده است.

## ۲- روش GMRES

ایده اصلی روش GMRES در این است که برای حل معادله  $Ax=b$ ، حتی اگر  $A$  نامتقارن باشد در هر گام از الگوریتم، پس‌ماند (Residual)  $r=b-Ax$  مینیمم می‌شود. اولین بار روش GMRES توسط آقای شاد در سال ۱۹۸۶ [۹] به صورت یک الگوریتم مناسب برای حل سیستم‌های خطی نامتقارن ارائه شد. در سال‌های بعد (۱۹۹۵) آقایان پای و سائر از این روش برای شبیه‌سازی دینامیکی سیستم قدرت استفاده کردند [۱۰] و نشان دادند که این روش، از روش فاکتورگیری LU سریع‌تر است. این روش بر روی یک سیستم ۳۹ باس امتحان شد و توسط آقای فلوک [۱۲ و ۱۱] در سال‌های ۱۹۹۶ تا ۲۰۰۲ بهبود یافت. در این مقاله‌ها نشان داده شده است با این‌که این روش همیشه حافظه کم‌تری نسبت به روش معمولی LU نیاز دارد؛ ولی سرعت آن در صورتی که شبکه بسیار بزرگ باشد قابل ملاحظه است این روش بر روی سیستم‌های ۳۹ تا ۸۰۲۷ باس امتحان شده و نشان داده شده است که این روش برای استفاده از الگوریتم‌های موازی با استفاده از چند پرسسور بسیار مفید می‌باشد و باعث افزایش سرعت محاسبات پخش بار در سیستم‌های بسیار بزرگ می‌شود. در سال ۲۰۰۱ آقای پای نشان داد [۱۳] که می‌توان از این روش که نسبت به روش‌های قبلی سرعت بیشتری دارد، برای تحلیل آنالیز حساسیت سیستم‌های جبری-دیفرانسیلی مانند سیستم قدرت نیز استفاده کرد. در سال ۲۰۰۶، آقای چن [۱۴] روش‌های نیوتن- کريلوف (Krylov)،

ذیل تعریف می‌شود:

$$K_k(r_0, A) = \text{span}(r_0, Ar_0, \dots, A^k r_0) \quad (۴)$$

هم‌چنین، GMRES یک دنباله از  $x_k$  ها تولید می‌کند که نرم پس‌ماند در گام  $k$  ام زیرفضای کریلوف را به صورت ذیل، مینیمم می‌کند:

$$\|b - Ax_k\|_2 = \min_{x_k \in X_0 + K_k(r_0, A)} \|b - Ax\|_2 \quad (۵)$$

در گام  $k$ ام، یک ماتریس  $(k+1) \times k$  هسنبرگ (Hessenberg) با رتبه کامل  $k$  و  $g_k = \|r_0\| e_1$  تعریف می‌شود؛ به طوری که  $e_1 \in \mathbb{R}^{k+1}$  یک بردار پایه استاندارد می‌باشد [۱۶ و ۱۲]. برای حل مسأله حداقل مربعات فوق، معمولاً از یک فرآیند گرام-اشمیتز (Gram-Schmidt) اصلاح شده استفاده می‌شود. الگوریتم GMRES به طور دقیق در شکل (پیوست ۱) توضیح داده شده است [۱۶ و ۱۲]. توانایی این الگوریتم در ارزیابی سیستم‌های بزرگ با حافظه کم است. هم‌چنین الگوریتم روش CPF و CPF-GMRES نیز در شکل (پیوست ۲) نشان داده شده [۱۶] که برنامه این الگوریتم با زبان Matlab نوشته شده است.

### ۳- روش NRS

روش NRS یک روش تعمیم یافته از پخش بار نیوتن رافسون (NR) است که برای پخش بار سیستم‌های تحت فشار، تعیین حد پایداری ولتاژ و یا تعیین ATC ایستا مورد استفاده قرار می‌گیرد و می‌تواند نقاط تعادل پایدار و ناپایدار سیستم را تعیین کند. در مراجع قبلی [۶-۸] از روش NRS تقریبی استفاده شده، ولی در این مقاله، این روش توسعه یافته و دقت و سرعت آن افزایش یافته [۵ و ۴] و با روش جدید CPF-GMRES نیز مقایسه شده است. امکان واگرایی روش‌های قبلی [۶-۸] در شبکه‌های واقعی متوسط و بزرگ وجود دارد.

### ۳-۱- روش NRS تقریبی

معادلات تعیین ATC استاتیکی به صورت ذیل تعریف

شده است [۶-۸]:

$$f(x) - y_0 - p * \alpha = 0 \quad (۶)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} - \lambda * I\right) * v = 0 \quad (۷)$$

$$\|v\| - 1 = 0 \quad (۸)$$

که می‌توان معادلات فوق را به صورت ذیل خلاصه کرد (پارامترها در قسمت پیوست توضیح داده شده است):

$$F(X) = 0 \quad (۹)$$

برای حل مجموعه معادلات (۶) تا (۸) از روش نیوتن استفاده می‌شود؛ لذا باید از این معادلات نسبت به متغیر  $X$  مشتق گرفت، سپس از روش تکراری ذیل،  $X$  را محاسبه کرد:

$$\Delta X^{(r)} = [F_X(X)]^{-1} * F(X) \quad (۱۰)$$

$$X^{(r+1)} = X^{(r)} + \Delta X^{(r)} \quad (۱۱)$$

که بالانویس  $(r)$  مرحله  $r$  ام را مشخص می‌کند و  $X^{(0)}$  شرایط اولیه سیستم و  $F_X(X) = \frac{\partial F}{\partial X}$  ماتریس ژاکوبین در روش NRS است که در روش "NRS تقریبی" به صورت ذیل محاسبه شده است [۶-۸]:

$$F_X(X) =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & 0 & -p \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} * \text{diag}(v_1, v_2, \dots, v_n) & \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda * I & 0 \\ 0 & \frac{v'}{\|v\|} & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

که:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} * \text{diag}(v_1, v_2, \dots, v_n) \triangleq H =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1^2} * v_1 & \dots & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_n^2} * v_n \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 f_n}{\partial x_1^2} * v_1 & \dots & \frac{\partial^2 f_n}{\partial x_n^2} * v_n \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

که  $v'$  ترانهاده  $v$  می‌باشد. مشکل این روش، معادله (۱۳) می‌باشد که بسیار تقریبی است و در بعضی

$$J_{ik} = \frac{\partial f_i}{\partial x_k} \quad (18)$$

با تعاریف فوق و معادله (۱۵)، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{\partial J_{i1}}{\partial x_j} * v_1 + \frac{\partial J_{i2}}{\partial x_j} * v_2 + \dots + \frac{\partial J_{in}}{\partial x_j} * v_n \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} (J_{i0}) * v \end{aligned} \quad (19)$$

که در آن  $J_{i0}$  به صورت ذیل تعریف می‌شود:

$$J_{i0} = [J_{i1} \quad J_{i2} \quad \dots \quad J_{in}]_{1*n} \quad (20)$$

پس می‌توان  $H$  را به صورت ذیل نوشت:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} (J_{10}) * v & \frac{\partial}{\partial x_2} (J_{10}) * v & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} (J_{10}) * v \\ \frac{\partial}{\partial x_1} (J_{20}) * v & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial}{\partial x_1} (J_{n0}) * v & \dots & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} (J_{n0}) * v \end{bmatrix}_{n*n} \quad (21)$$

و یا به طور خلاصه داریم:

$$H = \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} (J) * v \quad \dots \quad \frac{\partial}{\partial x_n} (J) * v \right]_{n*n} \quad (22)$$

مقدار  $H$  را باید از معادله (۲۲) در معادله (۱۴)

قرار داد، سپس با استفاده از روش نیوتن رافسون معمولی، معادله (۹)، (۱۰) و (۱۱) را حل نمود. تفاوت بسیاری بین رابطه (۲۲) و (۱۳) وجود دارد. رابطه (۲۲) دقیق، ولی پیچیده است و رابطه (۱۳) باعث عدم هم‌گرایی کل معادلات می‌شود که قابل قبول نیست.

برای مشاهده دقیق اختلاف مقدار دقیق ماتریس

$H$  با مقدار تقریبی آن در معادله (۱۳)، معادله (۲۲) را با

از مواقع مخصوصاً در شبکه‌های متوسط و بزرگ باعث عدم هم‌گرایی روش می‌شود. در قسمت بعدی، روش "NRS توسعه یافته" با تصحیح معادله (۱۳) به دست آمده است.

### ۳-۲- روش NRS توسعه یافته

در این بخش، معادله (۱۲) و به عبارت دیگر معادله (۱۳) تصحیح می‌شود. اگر معادله (۱۲) به صورت خلاصه ذیل نوشته شود:

$$F_X(X) = \begin{bmatrix} J & 0 & -p \\ H & J - \lambda * I & 0 \\ 0 & \frac{v'}{\|v\|} & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

مقدار دقیق  $H$  از رابطه ذیل به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} H &= \frac{\partial}{\partial X} ((J - \lambda * I) * v) = \frac{\partial}{\partial X} (J * v) \\ &= \frac{\partial}{\partial X} \left( \begin{bmatrix} J_{11} & \dots & J_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ J_{n1} & \dots & J_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \dots \\ v_n \end{bmatrix} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial X} \left( \begin{bmatrix} J_{11} * v_1 + J_{12} * v_2 + \dots + J_{1n} * v_n \\ \dots \\ J_{n1} * v_1 + J_{n2} * v_2 + \dots + J_{nn} * v_n \end{bmatrix} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial X} \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n J_{1k} * v_k \\ \dots \\ \sum_{k=1}^n J_{nk} * v_k \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial X} \begin{bmatrix} g_1 \\ \dots \\ g_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial g_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

که در معادله فوق داریم:

$$g_i = \sum_{k=1}^n J_{ik} * v_k \quad (16)$$

$$H_{ij} = \frac{\partial g_i}{\partial x_j} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial J_{ik}}{\partial x_j} * v_k = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_j \partial x_k} * v_k \quad (17)$$

سرعت تعیین پایداری ولتاژ و ATC ایستا در مثال مورد نظر با روش NRS توسعه یافته، افزایش یافته است. قابل توجه است که اگر روش NRS تقریبی به جواب برسد، سرعت تقریباً یکسانی نسبت به روش NRS توسعه یافته دارد، ولی برتری روش NRS توسعه یافته در این است که حتماً به جواب می‌رسد.

در شکل (۲)، مقایسه دقت تعیین پایداری ولتاژ و ATC ایستای شبکه خراسان با ۴ روش فوق آورده شده است. مشکل روش NRS تقریبی در این است که بعضی وقت‌ها واگرا می‌شود، ولی روش‌های CPF و CPF-GMRES و NRS توسعه یافته همیشه به جواب می‌رسند که سرعت روش NRS توسعه یافته و سادگی آن، برتری روش فوق را نسبت به روش‌های دیگر نشان می‌دهد.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش "NRS توسعه یافته" ارائه شده است. این روش، یک روش سریع، دقیق و قابل اطمینان برای تعیین پایداری ولتاژ و پنخش بار سیستم تحت فشار می‌باشد بدون این‌که مشکل هم‌گرایی برای آن پیش بیاید و حتی می‌توان قسمت پایین منحنی V-Q را با آن به دست آورد. این روش، توسعه یافته روش قدیمی NRS است. برای مقایسه این روش، از روش جدید CPF-GMRES استفاده شده که بهبود یافته روش معروف CPF (پنخش بار تداومی) است. سرعت و سادگی روش جدید قابل توجه است، ولی برای تعیین حداکثر توان انتقالی مجاز بین دو نقطه، هنوز لازم است که از نظر دینامیکی نیز سیستم بررسی شود. مقادیر به دست آمده در این مقاله به صورت ایستا بررسی شده‌اند که مطمئناً حدود دینامیکی، محدودیت بیشتری برای انتقال توان به وجود خواهند آورد.

استفاده از معادله (۱۷) و به صورت ذیل دوباره می‌نویسیم:

$$H = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1 \partial x_k} * v_k & \dots & \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_n \partial x_k} * v_k \\ \dots & \dots & \dots \\ \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 f_n}{\partial x_1 \partial x_k} * v_k & \dots & \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 f_n}{\partial x_n \partial x_k} * v_k \end{bmatrix} \quad (23)$$

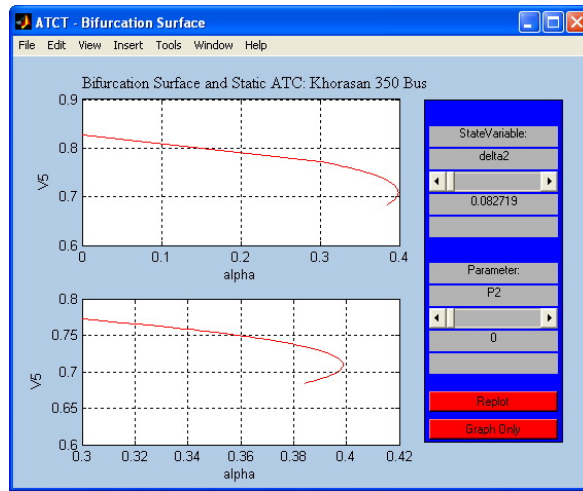
در واقع در روش تقریبی برای هر درایه، از بزرگ‌ترین مقدار زیگما استفاده شده، ولی در روش دقیق از تمام اجزاء زیگما استفاده شده است.

در ادامه از روش "NRS توسعه یافته" و CPF-GMRES برای تعیین پایداری ولتاژ و ATC ایستای شبکه خراسان استفاده شده و این دو روش با هم مقایسه شده‌اند.

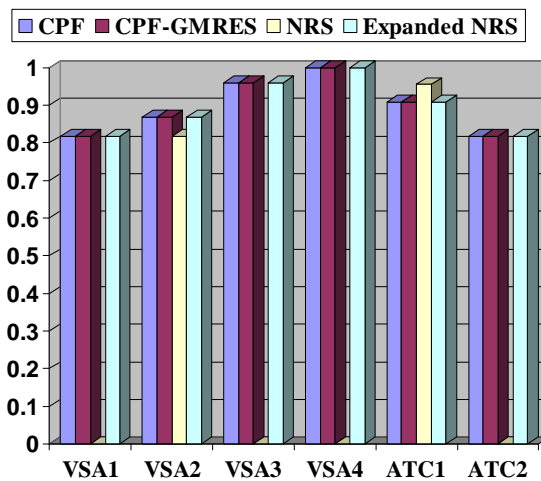
#### ۴- تعیین پایداری ولتاژ و ATC ایستا

روش NRS تقریبی و NRS توسعه یافته با نرم‌افزار Matlab نوشته شده است (به شکل (۱) توجه کنید) و به نام نرم‌افزار ATCT (ATC Toolbox) شناخته می‌شود. روش CPF-GMRES نیز با نرم‌افزار Matlab نوشته شده است. همچنین برای تعیین دقت، روش CPF با زبان DPL (DigSILENT Programming Language) و با نرم‌افزار DPF نیز نوشته شده است. قابل توجه است که از این روش برای مقایسه سرعت استفاده نمی‌شود. با این چهار روش، پایداری ولتاژ و ATC ایستای شبکه خراسان محاسبه شده است. جواب‌ها به یکدیگر نزدیک، ولی سرعت روش NRS توسعه یافته از روش NRS تقریبی و CPF-GMRES بیشتر بود.

در جدول (۱)، سرعت روش NRS توسعه یافته نسبت به روش NRS تقریبی و روش CPF-GMRES با زبان Matlab نشان داده شده است. دیده می‌شود



شکل ۱ خروجی برنامه ATCT در هنگام تعیین ATC ایستا [۵و۴] برای یک مثال نمونه از IEEE



شکل ۲ مقایسه نرمالیزه شده دقت پایداری ولتاژ و ATC محاسبه شده در شبکه خراسان با چهار روش NRS تقریبی، NRS توسعه یافته، CPF با زبان DPL در CPF-GMRES و (دقت کنید بعضی وقت‌ها در روش NRS تقریبی شبکه واگرا می‌شود و جوابی به دست نمی‌آید)

جدول ۱ نسبت زمان محاسبات دو روش NRS تقریبی و روش CPF-GMRES به روش NRS توسعه یافته برای ۴ محاسبه پایداری ولتاژ و ۲ محاسبه ATC

نوع تحلیل						
ATC2 توانایی انتقال ۲	ATC1 توانایی انتقال ۱	VSA4 پایداری ولتاژ ۴	VSA3 پایداری ولتاژ ۳	VSA2 پایداری ولتاژ ۲	VSA1 پایداری ولتاژ ۱	نسبت زمان محاسبات به روش NRS دقیق
واگرا	۱/۱	واگرا	واگرا	۱/۱	واگرا	NRS تقریبی
۶/۱	۵/۱	۶/۷	۶/۲	۶/۱	۵/۱	CPF-GMRES

$H_k$	ماتریس $(k+1) \times k$ هسنبرگ	پیوست: فهرست علائم
$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ \dots \\ v_n \end{bmatrix}$	بردار ویژه متناظر با مقدار ویژه $\lambda$	X متغیرهای سیستم، اندازه و زاویه ولتاژ باس ها
$\alpha$	پارامتر جستجو	f(x) معادلات پخش بار
$X = [x, v, \alpha]$	متغیرهای روش نیوتن رافسون سایدل	$y_0$ مقادیر اولیه توان‌های تولیدی و مصرفی
$\ v\ $	نرم اقلیدسی بردار ویژه	$J = \frac{\partial f}{\partial x} (n * n)$ ماتریس ژاکوبین سیستم
بردار جهت، نشان دهنده باس‌های افزایش بار و		$\lambda$ کوچکترین مقدار ویژه ماتریس ژاکوبین
p تولید		$\lambda = 0$ شرط رسیدن به مرز پایداری سیستم
$e_1 \in \mathfrak{R}^{k+1}$	یک بردار پایه استاندارد	$x_0$ حدس اولیه برای حل معادله
		$K_k(r_0, A)$ $k$ امین زیرفضای کریلوف
		$r(x) = b - Ax$ پس ماند در روش GMRES
		H ماتریس مجهول

## ۶- مراجع

1. P. Sh. Kundur, Power System Stability and Control. New York: McGraw-Hill, 1994.
2. C.W. Taylor, Power System Voltage Stability. New York: McGraw-Hill, 1993.
3. M. Eidiani, and M.H.M. Shanechi, "FAD-ATC, A new method for computing dynamic ATC", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol. 28, Issue 2, pp. 109-118, Feb. 2006.
4. M. Eidiani, M.H.M. Shanechi, K. Ameli, S. Ahmadi, "Assessment of voltage stability with expanded NRS", 14<sup>th</sup> Iranian Conference on Electrical Engineering, No. power 2438, 2005.
5. M. Eidiani and H. Mortazavi, "Assessment of voltage stability and static ATC with Newton-Raphson-Seydel and General Minimal Residual ", 23<sup>rd</sup> International Power System Conference, 98-F-PSS-0313, PSC 2008.
6. S. Ayasun, C.O. Nwankpa and H.G. Kwany, "Numerical issues in the location of singularity-induced bifurcation points", Proceedings of IEEE PES Winter Meeting, New York City, New York, pp. 707-712, Feb. 1999.
7. Y.K. Fan, D. Niebur and C.O. Nwankpa, "Saddle-Node bifurcation of voltage profile of small integrated AC/DC power system", Proc. of the IEEE Summer Power Meeting, Seattle, July 16-21, pp. 614-619, 2000.
8. S. Ayasun, C.O. Nwankpa and H.G. Kwany, "A novel method to compute singular points of differential-algebraic power system model", Proc. Of the American Conf. Arlington, VA June 25-27, pp. 3563-3564, 2001.

9. Y. Saad, and M.H. Schultz, "GMRES: a generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems", SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing, Vol. 7, pp. 856-869, 1986.
10. M.A. Pai, P.W. Sauer and A.Y. Kulkarni, "A preconditioned iterative solver for dynamic simulation of power systems circuits and systems", IEEE Int. Symposium on ISCAS, Vol. 2, pp. 1279-1282, May 1995.
11. A.J. Flueck and H.D. Chiang, "Solving the nonlinear power flow equations with an inexact Newton method using GMRES", IEEE Transactions on Power Systems, Vo. 13, No. 2, pp. 267-273, May 1998.
12. F. Yu and A.J. Flueck, "A message passing distributed memory Newton GMRES parallel power flow algorithm", Power Engineering Society Summer Meeting, Vol. 3, pp. 1477-1482, July 2002.
13. D. Chaniotis, M.A. Pai and I. Hiskens, "Sensitivity analysis of differential algebraic systems using the GMRES method", Circuits and Systems, ISCAS 2001, Vol. 3, pp. 117-120, May 2001.
14. Y. Chen and C. Shen, "A Jacobian-free Newton-GMRES(m) method with adaptive preconditioner and its application for power flow calculations", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 21, No. 3, pp. 1096-1103, Aug. 2006.
15. H. Mori and K. Seki, "Continuation Newton-GMRES power flow with linear and nonlinear predictors", Large Engineering System Conference on Power Engineering, pp. 171-175, Oct. 2007.
16. J. Jasni, H.Hizam, M.Z.A. Kadir, N. Mariun and S.B.M. Noor, "Determination of proximity to static voltage collapse using CPF-GMRES method ", 2<sup>nd</sup> IEEE International Conference on Power and Energy (PECon 08), December 1-3, Johor Baharu, Malaysia, pp. 520-525, 2008.

1. Input :  $x_0, b, m, \text{tol}$

2. Solve  $r_0 = b - Ax_0, k = 0, p = \|r_0\|_2, v_1 = \frac{r_0}{p}, \text{errtol} = \max(\text{abstol}, \text{reltol} \|b\|_2),$

$g = p(1, 0, 0, \dots) \in \mathbb{R}^{m+1}$

3. While  $p_k > \text{errtol}$  And  $k < m$  Do

a)  $k = k + 1$

b)  $v_{k+1} = Av_k$

c) Do  $j = 1, \dots, k$

i.  $h_{j,k} = v_{k+1}^T v_j$

ii.  $v_{k+1} = v_{k+1} - h_{j,k} v_j$

End Do

d)  $h_{k+1,k} = \|v_{k+1}\|_2$

e)  $v_{k+1} = \frac{v_{k+1}}{h_{k+1,k}}$

f) Apply and create givens rotations

i. If  $k > 1$  apply  $Q_{k-1}$  to the  $k$ th column of H

ii.  $v = \sqrt{h_{k,k}^2 + h_{k+1,k}^2}$

iii.  $c_k = \frac{h_{k,k}}{v}; s_k = \frac{h_{k+1,k}}{v}; h_{k,k} = c_k h_{k,k} - s_k h_{k+1,k}; h_{k+1,k} = 0;$

iv.  $g = G_k(c_k, s_k)g$

g)  $p = |(g)_{k+1}|$

END While

4. Set  $r_{i,j} = h_{i,j}$  for  $1 \leq (i, j) \leq k$

Set  $(w)_i = (g)_i$  for  $1 \leq i \leq k$

Solve the upper triangular system  $Ry_k = w$

5.  $x_k = x_0 + V_k y_k$

شکل پ ۱- الگوریتم روش GMRES [۱۲]

1. Input System data :  $\lambda, e_k, \sigma$

2. Solve  $(F_x, F_\lambda)$  with:  $\begin{cases} \text{CPF Method: Newton method} \\ \text{CPF-GMRES: GMRES method} \end{cases}$

3. While  $\text{error\_max} > \text{tol}$  Do

a)  $\begin{bmatrix} F_x & F_\lambda \\ e_k & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 1 \end{bmatrix}$

b)  $\begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^0 \\ \lambda^0 \end{bmatrix} + \sigma \begin{bmatrix} dx \\ d\lambda \end{bmatrix}$

While  $\text{error\_correcor} > \text{tol}$  Do

$\begin{bmatrix} F(x) \\ \lambda_k - \eta \end{bmatrix} = 0$

End While

End While

شکل پ ۲- الگوریتم روش CPF و CPF-GMRES [۱۶]